Modèles mathématiques : Modèles pour le nombre

Les nombres sont discrets lorsqu'**on ne peut pas partager l'unité.**

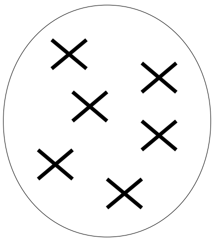
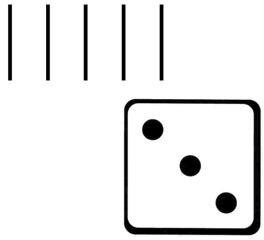
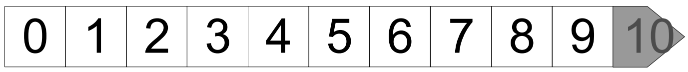
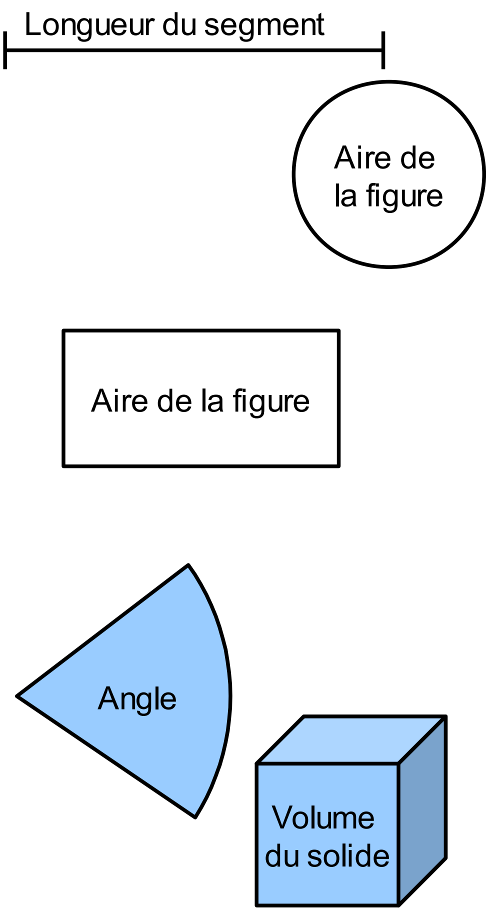
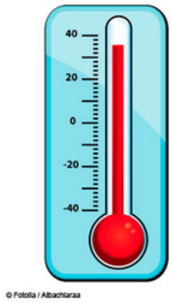
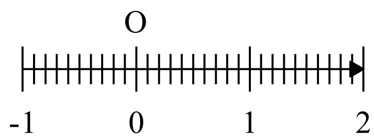
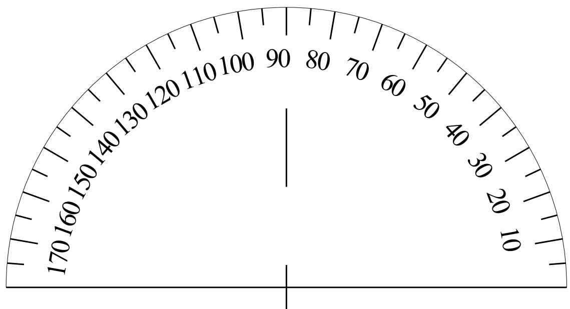
Les nombres sont du domaine continu si on peut **partager l'unité**

Exemples :

- « Blanche Neige et les 7 nains » mais ~~pas les 7,2 nains~~ **ici 7 est du domaine discret.**
- Je peux acheter 7 kg de pommes mais aussi 7,2kg de pommes **ici 7 est du domaine continu**

Le domaine est **cardinal** lorsqu'on cherche à dénombrer ou exprimer une mesure.
Le domaine est **ordinal** lorsqu'on s'occupe de la position, que l'ordre est important.

Les modèles mathématiques les plus courants pour représenter les nombres sont des objets du champ géométrique afin d'avoir un modèle visuel (points, lignes droites ou circulaires, figures du plan, solides...)

	Cardinal	Ordinal
Discret (entiers naturels)	 Ou 	La bande ou frise numérique 
Continu (nombres réels)		**Ligne graduée** Souvent utilisés dans les instruments de mesure(proportionnalité de la mesure avec la longueur ou l'angle)  Droite Graduée  Cercle Graduée(ou arc de cercle)  

Plus de renseignements sur la classification des problèmes de Vergnaud (et images des schémas) :
http://www2.ac-lyon.fr/etab/ien/rhone/oullins/IMG/pdf/Synthese_docs_problemes.pdf

Catégorie des problèmes additifs

On classe dans cette catégorie les problèmes d'addition et de soustraction.

Modèle : catégorie additif -Transformation d'un état

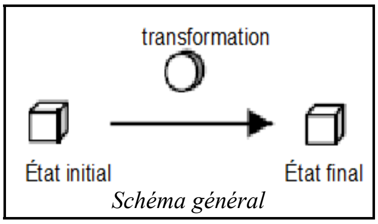


Schéma général

- Deux des trois éléments doivent être connus pour chercher le 3ème.
- La transformation peut être additive(positive) ou soustractive(négative).
- Ce type de problème ressemble à une petite histoire avec un « élément perturbateur » : la transformation. On y trouve des marqueurs de temps : « avant » « après » « début » « fin »... Des verbes indiquant la transformation d'état : « gagner » ; « perdre » « grossir » ; « grandir » etc.

Exemple 1 : données discrètes, domaine cardinal, transformation négative

Etat final
Pierre a 12 billes. Il joue une partie et perd 7 billes.
Combien de billes a-t-il à la fin de la partie ?

Transformation
Pierre a 12 billes. Il joue une partie. Après la partie, il lui reste 5 billes.
Combien de billes a-t-il perdues ?

Etat initial
Pierre a des billes. Il joue une partie. Il perd 7 billes. Après la partie, il a 5 billes.
Combien avait-il de billes au début de la partie ?

proposition de schéma

Exemple 2 : données discrètes, domaine cardinal, transformation négative

Etat final
La maîtresse a 28 cahiers à corriger. Elle en a déjà corrigé 19.
Combien lui en reste-t-il à corriger ?

Transformation
La maîtresse a 28 cahiers. Il lui en reste 9 à corriger.
Combien en a-t-elle déjà corrigés ?

Etat initial
La maîtresse a des cahiers. Elle a corrigé 19 cahiers. Il lui en reste 9 à corriger.
Combien avait-elle de cahiers à corriger au départ ?

Exemple 3 : données continues, domaine cardinal, transformation positive

État final
Christèle avait 158 euros dans sa tirelire. Pour son anniversaire, son père lui donne 15 euros.
Combien a-t-elle dans sa tirelire après son anniversaire ?

Transformation
Christèle avait 158 euros dans sa tirelire. Pour son anniversaire, son père lui donne de l'argent. Maintenant, elle a 173 euros.
Combien son père lui a-t-il donné pour son anniversaire ?
État initial

Pour son anniversaire, le père de Christèle lui donne 15 euros. Maintenant, elle a 173 euros dans sa tirelire.
Combien avait-elle dans sa tirelire avant son anniversaire ?

Exemple 4 : données continues, domaine cardinal, transformation positive(avec conversions)

État final
A 8 ans Nadir mesurait 1,24 m. En 2 ans, il a grandi de 28 cm.
Combien mesure-t-il aujourd'hui ?

Transformation
A 8 ans Nadir mesurait 1,24 m. Aujourd'hui, il mesure 1,52 m.
De combien de centimètres a-t-il grandi ?
État initial

Nadir mesure 1,54 m. En 2 ans il a grandi de 28 cm.
Combien mesurait-il il y a 2 ans ?

Exemple 5 : données continues, domaine cardinal, transformation positive(avec conversions)

État final
A sa naissance Chrystelle pesait 3,240 kg. En 6 mois, elle a grossi de 980 g.
Combien pèse -t-elle maintenant ?

Transformation
A sa naissance Chrystelle pesait 3,240 kg. 6 mois plus tard, elle pèse 4,320 kg.
De combien a-t-elle grossi ?

État initial
En 6 mois, Chrystelle a grossi de 980 g. A présent, elle pèse 4,320 kg.
Combien pesait-elle à sa naissance ?

Exemple 5 : données discrètes, domaine ordinal, transformation positive

Etat final
Kevin joue au roi de la grammaire. Il est sur la case 25, il lance les deux dés et obtient 9.
Sur quelle case arrive-t-il ?

Transformation
Kevin joue au roi de la grammaire. Il était sur la case 25. Il est maintenant sur la case 34.
De combien de case a-t-il avancé ?

Etat initial
Kevin joue au roi de la grammaire. Il lance les deux dés et obtient 9. Il arrive donc sur la case 34.
De quelle case est-il parti ?

Exemple 6 : données continues, domaine ordinal, transformation positive

L'heure est considérée comme une position sur une droite graduée (horloge) et la durée une transformation. L'heure et la durée ne sont pas de même nature on ne peut considérer le problème comme une composition d'état.

Etat final
Le documentaire sur LOUIS XIV commence à 18h40. Il dure 55 minutes.
A quelle heure se finira-t-il ?

Transformation
Le documentaire sur Louis XIV commence à 18h40. Il se terminera à 19h35.
Combien de temps va-t-il durer ?

Etat initial
Le documentaire sur Louis XIV s'est terminé à 19h35. Il a duré 55 minutes.
A quelle heure a-t-il commencé ?

Modèle : catégorie additif -Composition de deux états

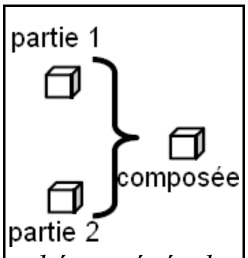
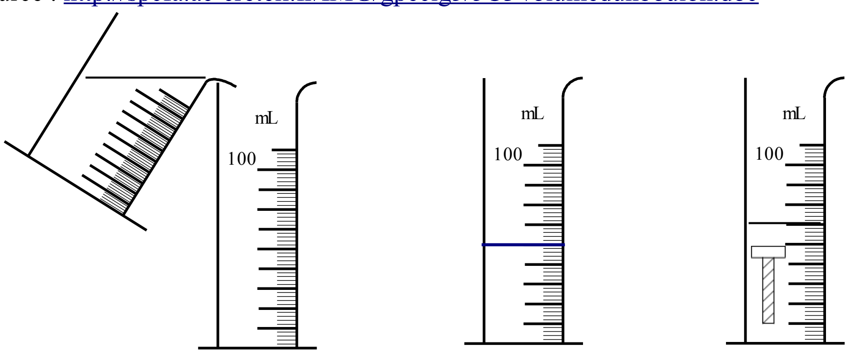


schéma général

- Deux des trois éléments doivent être connus pour chercher le 3ème. Mais on différencie deux types de problèmes : recherche du composée ou recherche d'une des parties.
- La composition de deux états est donnée par des termes tel que « en tout » , « ensemble », « mettre en commun », « avec »...
- Les problèmes de facture totale , « d'addition (du restaurant) » relèvent de ce modèle.

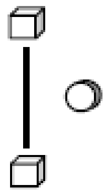
	Recherche du composée	**Recherche d'une des parties**
Données Discrètes	J'ai 4 billes et mon ami en a 7. **Combien de billes a-t-on en tout ?**	Arold a 4 billes et avec Omar ils en ont 11. **Combien Omar a-t-il de billes ?**
	J'ai 43 crayons et mon ami 58. **Quelle quantité de crayons possédons-nous à nous deux ?**	Aissatou a 43 crayons et avec Dayana elles en ont 127 en tout. **Quelle quantité de crayons possède Dayana ?**
	Cette année, l'école a acheté 250 grands cahiers et 513 petits cahiers. **Combien l'école a-t-elle acheté de cahiers ?**	Cette année, l'école a acheté 150 grands cahiers. Avec les petits cahiers, cela représente 423 cahiers. **Combien l'école a-t-elle acheté de petits cahiers ?**
Données Continues	J'ai 8 euros dans ma tirelire. Ma sœur en a 5.Nous mettons nos économies en commun pour nous acheter un ballon. **Combien avons nous ensemble ?**	Ma sœur et moi avons mis notre argent en commun. J'ai donné mes 4,80 euros. En tout nous 12,50 euros. **Combien d'argent avait ma sœur ?**
	Pour la fabrication de ma robe, j'ai besoin de 83 cm de tissu rose et 125 cm de tissu mauve. **De quelle longueur de tissu ai-je besoin en tout ?**	Pour la fabrication de ma robe, j'ai besoin de tissu rose et mauve. J'ai déjà 125 cm de tissu mauve. En tout j'ai besoin de 227 cm de tissu. **De quelle longueur de tissu rose ai-je besoin ?**
	Pour un zoo, on commande 350 kilos de viande pour les lions et 275 kilos pour les tigres. **Quelle quantité de viande commande-t-on en tout?**	Pour un zoo, on commande 825 kilos de viande. 275 kilos sont destinés aux tigres et le reste pour les lions. **Quelle quantité de viande commande-t-on pour les lions?**
	Au restaurant j'ai pris un plat et un café. Le plat coûte 9,50 € et le café 1,60 €. **Combien dois je payer en tout ?**	Au restaurant j'ai pris un plat et un café. Le plat coûte 9,50 € et l'addition m'est revenue à 11,10€. **Quel est le prix du café ?**

En Sciences Physiques : Volume d'un solide par déplacement d'eau
Déterminer le volume du Boulon(niveau 5ème) :
Source : http://spcfa.ac-creteil.fr/IMG/gpeclg5/5C3Volumedunboulon.doc



On peut aussi déterminer des masses par une méthode similaire : Par exemple déterminer la masse d'un cartable avec un pèse personne ne commençant à donner des valeurs qu'à partir de 10kg en se pesant « sans » puis « avec ».

Modèle : catégorie additif -Comparaison de deux états



Comparer deux nombres en mathématiques revient

- Dans un premier temps à déterminer s'ils sont « égaux » ou « difféents »
- S'ils sont différents à déterminer lequel est « supérieur à l'autre » ou « inférieur à l'autre »

Dans ces problèmes comparer revient à déterminer « la différence »
On trouve les expressions « de plus » ; « en plus » ; « de moins » ; « en moins ». Selon le contexte les calculs peuvent être inverses de ceux données par l'expression.

Exemple 1 : Données discrètes – Domaine cardinal

Recherche de l'état 1	Recherche de l'état 2	Recherche de la différence
J'ai 5 billes, ce qui m'en fait 2 de plus que mon ami. **Combien de billes a mon ami ?**	Mon ami a 3 billes, j'en ai 2 de plus que lui. **Combien ai je de billes ?**	J'ai 5 billes et mon ami 3. **Combien ai je de bille en plus ?**

Exemple 2 : Données continues – Domaine cardinal

Recherche de l'état 1	Recherche de l'état 2	Recherche de la différence
Kevin mesure 1,65m et Dayana mesure 10 cm de plus que Kevin **Quelle est la taille de Dayana ?**	Dayana mesure 1,75m et Dayana mesure 10 cm de plus que Kevin **Quelle est la taille de Kevin ?**	Kevin mesure 1,65m et Dayana mesure 1,75 m **Quelle est la différence de taille entre Dayana et Kevin ?**

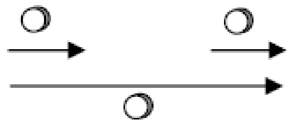
Exemple 3 : Données discrètes – Domaine ordinal

Recherche de l'état 1	Recherche de l'état 2	recherche de la différence
Au jeu de l'oie, Tom est sur la case 37 et Nana est cinq cases plus loin **Sur quelle case est Nana ?**	Au jeu de l'oie, Nana est sur la case 42 et Tom a cinq cases de retard sur elle. **Sur quelle case est Tom ?**	Au jeu de l'oie, Tom est sur la case 37 et Nana sur la case 42. **Combien a-t-elle de cases d'avances sur Tom ?**

Exemple 4 : Données continues – Domaine ordinal

Recherche de l'état 1	Recherche de l'état 2	
Le train de Julien arrive à 16h 37 et celui de Sophie 25 minutes plus tard. **A quelle heure arrivera Sophie ?**	Le train de Sophie à 17h02 et celui de Julien 25 minutes plus tôt. **A quelle heure arrivera Julien ?** recherche de la différence	Le train de Julien arrive à 16h 37 et celui de Sophie à 17h02. **Combien de temps avant Sophie arrive Julien ?**

Modèle : catégorie additif -Composition de deux transformations



Il s'agit du modèle le plus fréquemment utilisé pour introduire les additions de nombres relatifs en 5ème, il est dans ce cas associé à la frise numérique ou à la droite graduée. On emploi les mots « gagner » ; « perdre » ; « avancer » ; « reculer »

Exemple 1 : Données discrètes – Domaine cardinal

Recherche de la transformation composée

William joue aux billes. A la récréation du matin il en a gagné 5 et à la récréation de l'après midi il en a perdu 7.

A la fin de la journée, William a t il en tout gagné ou perdu des billes ? Combien ?

recherche d'une des transformations

William joue aux billes. A la récréation du matin il en a gagné 5 et il a rejoué l'après midi. A la fin de la journée il a perdu en tout deux billes.

Combien de billes a perdu William a la récréation de l'après midi ?

Exemple 2 : Données continues – Domaine cardinal

Recherche de la transformation composée

Mike est un boxeur. Pour rester dans sa catégorie il a perdu 2,5 kg en 1 mois. Puis il s'est reposé pendant 3 mois et a regagné 4 kg.

De combien a grossi Mike entre le début et la fin ?

recherche d'une des transformations

Mike est un boxeur. Pour rester dans sa catégorie il a fait un régime pendant 1 mois et a perdu du poids. Puis il s'est reposé pendant 3 mois et a regagné 4 kg. Entre le début de son régime et la fin de sa période repos, Mike a grossi de 1,5kg

Combien de kilogrammes a perdu Mike pendant son régime ?

Exemple 3 : Données discrètes – Domaine ordinal

Recherche de la transformation composée

Je joue au jeu de l'oie, je lance les dés et j'avance de 9 cases, puis je dois reculer de 3 cases.

De combien de cases ai je avancé finalement ?

recherche d'une des transformations

Je joue au jeu de l'oie, je lance les dés et j'avance de 9 cases, puis je dois reculer. En tout je n'ai avancé que de 6 cases.

De combien de cases ai je du reculé ?

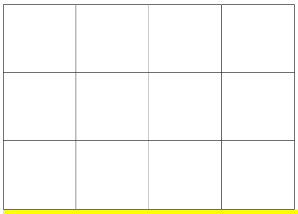
Modèle : Catégorie Multiplicatif Ternaire -n fois plus ou n fois moins

C'est le modèle de l'addition réitérée. Dans ce cas là **n** est un nombre entier. Il peut être utilisé avec les 4 modèles additifs précédents.

Exemple 1 : Données Discrètes – Domaine Cardinal – Comparaison d'état

<u>recherche de l'état 1</u> Fred a 4 billes et son ami Omar en a 3 fois plus. **Combien de billes a Omar ?**	<u>recherche de l'état 2</u> Omar a 12 billes et son ami Frend en a 3 fois moins. **Combien de billes a Fred ?**	<u>Recherche de la comparaison</u> Omar et 12 billes et Fred en a 4. **Omar a combien de fois plus de billes que Fred ?**

Modèle : Catégorie Multiplicatif Ternaire -configuration rectangulaire



ou $\boxed{\mathcal{A}=L\times l}$

- Ce modèle de la multiplication est prépondérant au collège, notamment pour justifier géométriquement les méthode de calcul de la multiplication des décimaux et des fractions, introduire les racines carrées.
- De même, les propriétés de l'aire du rectangle permettent de justifier les propriétés de commutativité et distributivité.

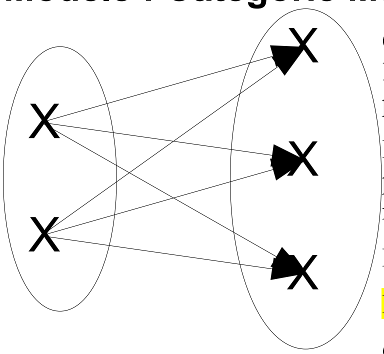
Exemple 1 : Données Discrètes – Domaine cardinal

<u>Recherche de « l'aire »</u> Un échiquier a huit lignes et huit colonnes. **Combien y a t il de cases sur un échiquier ?**	<u>Recherche d'une des « dimensions »</u> Un échiquier est quadrillé par des colonnes et des lignes. En tout il y a 64 cases réparties en 8 lignes. **Combien y a t il de colonnes sur l'échiquier ?**

Exemple 2 : Données Continues – Domaine cardinal

<u>Recherche de « l'aire »</u> La salle de classe mesure 8 m de longueur et 7,5 m de largeur. **Quelle est son aire ?**	<u>Recherche d'une des « dimensions »</u> La salle de classe mesure 8 m de longueur et a une aire de 60m². **Quelle est la largeur de la salle de classe ?**

Modèle : Catégorie Multiplicatif Ternaire -Produit Cartésien



C'est un modèle utile en combinatoire(recherche des combinaisons), il est utilisé pour introduire les puissances en 4ème ainsi que pour déterminer le nombres d'issues lors de l'introduction des probabilités en 3ème.

Lorsqu'on cherche le nombre de relations entre deux ensembles on peut utiliser un **tableau**, s'il y a plus de deux ensembles (ou épreuves dans le cas des probabilités) on utilise un **arbre** pour modéliser.

Dans ce cas les **données sont discrètes.**

Exemple 1 – Données Discrètes – Domaine cardinal

Combien y a t'il de tirages possibles avec deux dés à 6 faces ?

Exemple 2 – Données Discrètes – Domaine cardinal

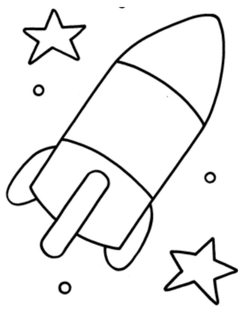
Un cadenas est constituée de 3 roues avec chacune 10 chiffres.

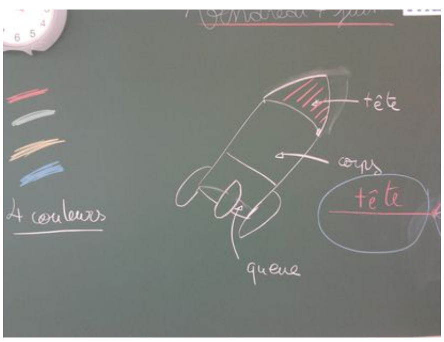
Combien y a t il de combinaison a ce cadenas ?

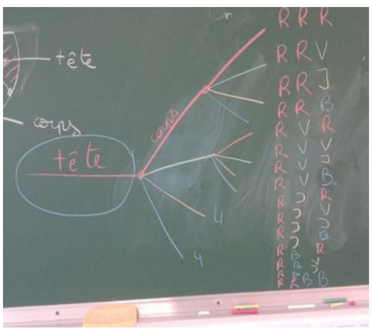
Exemple 3 – Données Discrètes – Domaine cardinal

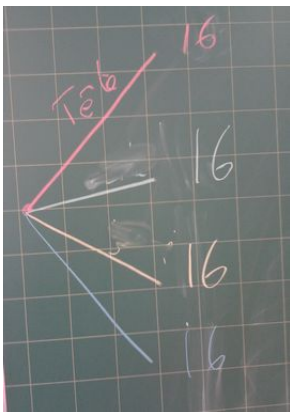
Une fusées est constituée de trois étages . Chacune peut être coloriée de 4 couleurs : bleu , rouge, vert ou jaune.

Combien y a t il de façons différentes de colorier la fusée ?









Exemple 4 – Données Discrètes – Domaine cardinal

Au tirage de la coupe du monde de football, on répartit les 32 équipes dans 4 chapeaux de 8 équipes. Pour constituer un groupe on tire une équipe dans chaque chapeau.
Combien y a t'il de tirages différents possibles ?

Exemple 5 : utilisation des arbres pour déterminer des probabilités dans une situation issue des SVT

Exercice loterie génétique étude du groupe sanguin dans le système ABO

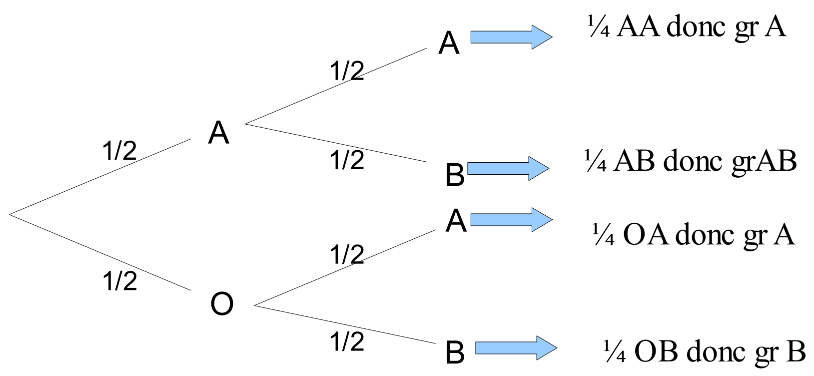
pour chacun des cas suivant il vous est donné l'information génétique concernant le groupe sanguin,transmise par chacun des parents.
Il vous est demandé dans chaque de construire l'arbre des probabilités pondérés à deux niveaux décrivant le groupe de l'enfant. Et dans chaque cas déterminer P(A) ; P(B) ; P(AB) et P(O) c'est à dire respectivement la probabilité d'avoir un enfant de groupe A ; B ; AB et O

connaissances requises :
si la paire de chromosome du parent transmet AO il a une chance sur deux de transmettre A ou O
L'allèle O ne s'exprime que lorsqu'il est présent en double exemplaire (c'est à dire O perd toujours contre A et B)

a) père AO ; mère AB
b) père BO ; mère AO
etc

réponse attendue en maths :

a) arbre pondéré des probabilités



p(A) = $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

p(B) = $\frac{1}{4}$

p(AB) = $\frac{1}{4}$

p(O)= 0 c'est un événement impossible

etc.

Modèle : Catégorie Multiplicatif Quaternaire

Dans ce modèle ce sont 4 nombres qui sont en relation. Il s'agit des situations de proportionnalité

3 structures mathématiques la 2ème concerne les pourcentages	1 b	a 100 c b	a a c c	b d
Pour la 1ère structure **a** est le nombre d'éléments par paquet ou la mesure de la 2nde grandeur par unité de la 1ère **b** est le nombre de paquets ou la mesure de la 1ère grandeur **c** est le nombre total d'éléments ou la mesure de la 2nde grandeur correspondant à la mesure de la 1ère				

On retrouve les expressions « unitaire » ; « par unité »; « ...l'un » ; « chaque » ; « chacun ».
En 4ème et en 3ème on introduit les grandeurs quotients, qui impliquent une relation de proportionnalité : prix unitaire (€/kg ; €/L ; €/m^3) ; vitesse (km/h ou m/s) ; la masse surfacique (g/m² pour la qualité du papier par exemple) ou volumique (kg/ m^3) etc.
La relation de proportionnalité peut aussi être donnée par un nombre scalaire (nombre sans unité) comme dans les échelles, les pourcentages, les coefficients d'agrandissement ou de réduction, les proportions...

Modèle : Catégorie Multiplicatif Quaternaire -Multiplication

Connu : **a** le nombre d'éléments par paquets et **b** le nombre de paquets. Cherché : **c** le nombre total d'éléments.

Exemple 1 : Données discrètes – Domaine cardinal

Un paquet comporte 4 yaourts. J'achète 5 paquets. **Combien ai je acheté de Yaourt ?**

Exemple 2 : Données discrètes et continues – Domaine cardinal

Une bouteille d'eau a une contenance de 1,5 L, j'achète 6 bouteilles. **Combien ai je de Litres d'eau ?**

Exemple 3 : Données continues – Domaine cardinal

Un kilogramme de viande coute 13,99€, j'en achète 3,250 kg. **Combien vais je payer ?**

Exemple 4 : Données continues – Domaine cardinal

Le son a une vitesse de 340m/s. Le grondement du tonnerre me parvient 7 secondes après avoir vu l'éclair.
A quelle distance se trouve l'orage ?

Modèle : Catégorie Multiplicatif Quaternaire -Division Partition

Exemple 1 : Données discrètes – Domaine cardinal

17 pirates se partagent un trésor de 255 pièces d'or. **Combien de pièces d'or aura chaque pirate** ?

Exemple 2 : Données discrètes et continues – Domaine cardinal
Le record d'Usain Bolt est de 9s58 centièmes au 100m. **Quelle est sa vitesse en m/s ? (ie Combien de mètre parcourt il en 1s)**

Exemple 3 : Données continues – Domaine cardinal

0,475 g de fromage coûte 9,50€. **Quel est le prix d'un kilogramme de ce fromage ?**

Modèle : Catégorie Multiplicatif Quaternaire -Division Quotition

Exemple 1 : Données discrètes – Domaine cardinal

Le trésor des pirates est de 255 pièces d'or. Leur capitaine décide de le partager en part de 17 pièces.

Combien de parts pourra faire le capitaine ?

Exemple 2 : Données continues – Domaine cardinal
Un train roule à la vitesse moyenne de 160 km/h. **Combien de temps lui faut il pour parcourir 200 km ?**

Modèle : Catégorie Multiplicatif Quaternaire -Quatrième Proportionnelle

	%	grandeur	Le cas particulier des pourcentages : au lieu de se ramener à l'unité comme dans les cas précédents on se ramène à 100. **a** : est la valeur de la grandeur de la référence **b** : le pourcentage de la partie étudiée **c** : est la valeur de la grandeur pour la partie étudié
Total ou référence	100	**a**	
Partie étudiée	**b**	**c**	

	Recherche de la grandeur de référence(4ème)	Recherche du pourcentage de la partie étudiée (5ème)	Recherche de la grandeur pour la partie étudiée (6ème)
Données discrètes	Dans une classe il y a 16 filles. Elles représentent 64 % des élèves. **Combien y a t'il d'élèves dans la classe ?**	Dans une classe de 25 élèves il y a 16 filles. **Quel est le pourcentage de filles dans la classe ?**	Dans une classe de 25 élèves, il y a 64% de filles. **Combien y a t il de filles dans cette classe.**
Données continues	Dans un fromage il y a 80g de matière grasse. Cette matière grasse représente 40% de la masse du fromage **Quelle est la masse du fromage ?**	Dans un fromage de 200g, il y a 80g de matière grasse. **Quelle est le pourcentage de matière grasse ?**	Dans un fromage de 200g, il y a 40% de matière grasse. **Quelle est la masse de matière grasse ?**

	Grandeur 1	Grandeur 2	Si les deux grandeurs sont de même nature, la situation est scalaire, le coefficient de proportionnalité est un nombre sans unité (échelle) Si les deux grandeurs sont différentes, la situation porte sur une grandeur quotient.
État A	**a**	**b**	
État B	**c**	**d**	

Exemple 1 – Données discrètes- grandeur quotient : nb bouteilles/pack

- 3 packs d'eau comportent 18 bouteilles. Combien y a t il de bouteilles dans 7 packs ?
- 3 packs d'eau comportent 18 bouteilles. Combien me faut il de packs pour avoir 60 bouteilles ?

Exemple 2 – Données discrètes et continues : grandeur quotient prix unitaire €/croissant

- 8 croissants coûtent 9,60€. **Combien coûtent 3 croissants ?**
- 8 croissants coûtent 9,60€. C**ombien ai je acheté de croissants si j'ai payé 3,60€ ?**

Exemple 3 – Données continues: grandeur quotient vitesse km/s

- Le son parcourt 10,2 km en 30 s. **Quelle distance parcourt il en 4s ?**
- Le son parcourt 10,2 km en 30 s. **Combien de temps met il à parcourir 2,5 km ?**

Exemple 4 – Données continues: situation scalaire (échelle) nombre sans unité

Je sais que 3cm sur la carte représente 15km dans la réalité. **Quelle est la longueur réelle d'un segment de de 5,2 cm sur la carte ?**

Je sais que 3cm sur la carte représente 15km dans la réalité. **Quelle est la longueur sur la carte correspondant à une distance de 8km dans la réalité ?**

Progression sur la proportionnalité au collège (programme 2008)

6ème

Connaissances	Capacités	Commentaires
1.1. Proportionnalité Propriété de linéarité. Tableau de proportionnalité.	- Reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité et les traiter en choisissant un moyen adapté : - utilisation d'un rapport de linéarité, entier ou décimal, - utilisation du coefficient de proportionnalité, entier ou décimal, - passage par l'image de l'unité (ou « règle de trois »), - ** utilisation d'un rapport de linéarité, d'un coefficient de proportionnalité exprimé sous forme de quotient.*	Les problèmes à proposer (qui relèvent aussi bien de la proportionnalité que de la non proportionnalité) se situent dans le cadre des grandeurs (quantités, mesures). Ils doivent relever de domaines familiers des élèves et rester d'une complexité modérée, en particulier au niveau des nombres mis en œuvre. Les rapports utilisés sont, soit des rapports entiers ou décimaux simples **soit des rapports exprimés sous forme de quotient.*
Pourcentages.	- Appliquer un taux de pourcentage.	Les élèves doivent connaître le sens de l'expression « …% de » et savoir l'utiliser dans des cas simples où aucune technique n'est nécessaire.

5ème

Connaissances	Capacités	Commentaires
1.1. Proportionnalité Propriété de linéarité. Tableau de proportionnalité. Passage à l'unité ou « règle de trois ».	- Compléter un tableau de nombres représentant une relation de proportionnalité, en particulier déterminer une quatrième proportionnelle. - Reconnaître si un tableau complet de nombres est ou non un tableau de proportionnalité.	Le travail sur des tableaux de nombres sans lien avec un contexte doit occuper une place limitée. Les activités numériques et graphiques font le plus souvent appel à des situations mettant en relation deux grandeurs. Il est possible d'envisager, dans une formule, des variations d'une grandeur en fonction d'une autre grandeur mais toute définition de la notion de fonction est exclue. Les procédures utilisées pour traiter une situation de proportionnalité sont de même nature qu'en classe de sixième. L'usage du « produit en croix » est exclu en classe de cinquième. Pour les coefficients de proportionnalité ou les rapports de linéarité exprimés sous forme de quotient, on choisira des nombres qui évitent des difficultés techniques inutiles. En particulier les quotients de nombres décimaux ne sont pas exigibles.
Pourcentage. Échelle. [Thèmes de convergence]	- Mettre en œuvre la proportionnalité dans les cas suivants : - comparer des proportions, - utiliser un pourcentage, - ** calculer un pourcentage,* - ** utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin,* - *calculer l'échelle d'une carte ou d'un dessin,*	Un travail doit être conduit sur la comparaison relative d'effectifs dans des populations différentes ou de proportions dans un mélange. Il s'articule avec l'utilisation de l'écriture fractionnaire pour exprimer une proportion.

4ème

Connaissances	Capacités	Commentaires
1.1 Utilisation de la proportionnalité Quatrième proportionnelle.	- Déterminer une quatrième proportionnelle.	Aux diverses procédures déjà étudiées s'ajoute le « produit en croix » qui doit être justifié.
Calculs faisant intervenir des pourcentages. [Thèmes de convergence]	**-** *Déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de la réunion de deux groupes dont les effectifs et les pourcentages relatifs à ce caractère sont connus.*	*Des situations issues de la vie courante ou des autres disciplines permettent de mettre en œuvre un coefficient de proportionnalité exprimé sous forme de pourcentage.* Dans le cadre du socle commun, utiliser l'échelle d'une carte pour calculer une distance, calculer un pourcentage deviennent exigibles.
1.2. Proportionnalité ** Représentations graphiques.* [Thèmes de convergence]	-* *Utiliser dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement de points avec l'origine.*	*Cette propriété caractéristique de la proportionnalité prépare l'association, en classe de troisième, de la proportionnalité à la fonction linéaire.*

4.2 Grandeurs quotients courantes Vitesse moyenne. [Thèmes de convergence]	-* *Calculer des distances parcourues, des vitesses moyennes et des durées de parcours en utilisant l'égalité $d = vt$.* - * *Changer d'unités de vitesse (mètre par seconde et kilomètre par heure).*	La notion de vitesse moyenne est définie. Le vocabulaire « kilomètre par heure » et la notation km/h, issus de la vie courante, *sont à mettre en relation avec la notation* $km.h^{-1}$ Les compétences exigibles ne concernent que les vitesses mais d'autres situations de changement d'unités méritent d'être envisagées : problème de change monétaire, débit, consommation de carburant en litres pour 100 kilomètres ou en kilomètres parcourus par litre.

3ème

1.2 Fonction linéaire, fonction affine. Proportionnalité.		En classe de troisième, il s'agit de compléter l'étude de la proportionnalité par une synthèse d'un apprentissage commencé à l'école primaire.

Connaissances	Capacités	Commentaires
Fonction linéaire. *Coefficient directeur de la droite représentant une fonction linéaire.*	*- Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.* *- Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image.* *- Représenter graphiquement une fonction linéaire.* *- Connaître et utiliser la relation y=ax entre les coordonnées (x,y) d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire $x \mapsto ax$.* *- Lire et interpréter graphiquement le coefficient d'une fonction linéaire représentée par une droite*	L'utilisation de tableaux de proportionnalité permet de mettre en place le fait que le processus de correspondance est décrit par une formulation du type « je multiplie par *a* ». *Cette formulation est reliée à $x \mapsto ax$.* Pour des pourcentages d'augmentation ou de diminution, le fait que, par exemple, augmenter de 5 % c'est multiplier par 1,05 et diminuer de 5 % c'est multiplier par 0,95 est établi. *Certains traitements des situations de proportionnalité utilisés dans les classes précédentes sont reliés aux propriétés d'additivité et d'homogénéité de la fonction linéaire.*
Fonction affine. *Coefficient directeur et ordonnée à l'origine d'une droite représentant une fonction affine.* [Thèmes de convergence]	*- Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.* *- Connaître et utiliser la relation y=ax + b entre les coordonnées (x,y) d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire $x \mapsto ax + b$.* *- Déterminer une fonction affine à partir de la donnée de deux nombres et de leurs images.* *- Représenter graphiquement une fonction affine.* *- Lire et interpréter graphiquement les coefficients d'une fonction affine représentée par une droite.* *- Déterminer la fonction affine associée à une droite donnée dans un repère.*	*Parmi les situations qui ne relèvent pas de la proportionnalité, certaines sont cependant modélisables par une fonction dont la représentation graphique est une droite. Cette remarque peut constituer un point de départ à l'étude des fonctions affines. Pour les fonctions affines, la proportionnalité des accroissements de x et y est mise en évidence.*

Connaissances	Capacités	Commentaires
4.3 Grandeurs composées, changement d'unités Vitesse moyenne. [Thèmes de convergence]	**-** Effectuer des changements d'unités sur des grandeurs produits ou des grandeurs quotients.	Plusieurs grandeurs produits et grandeurs dérivées peuvent être utilisées : passagers × kilomètres, kWh, euros/kWh, m^3/s ou $m^3 . s^{-1}$,… Les changements d'unités s'appuient, comme dans les classes antérieures, sur des raisonnements directs et non pas sur des formules de transformation. Dans le cadre du socle commun la capacité ne porte que sur des situations de la vie courante, sur des unités et des nombres familiers aux élèves.