

Initiation au raisonnement déductif en 6^e-5^e

On trouvera dans ce document une partie du support d'un stage de formation des formateurs sur le nouveau (il l'était à l'époque) programme de sixième qui s'est déroulé dans l'académie d'Orléans-Tours en 1995. Pour ce module, qui fut animé par André PRESSIAT, l'ouvrage cité ci-dessous est une référence constante :

ARSAC, CHAPIRON, COLONNA, GERMAIN, GUICHARD, MANTE. *Initiation au raisonnement déductif au collège*, Presses universitaires de Lyon, IREM de Lyon.

TEXTES D'EXERCICES • Pour les élèves

EXERCICE 1. — Dans l'expression $n \times n - n + 11$, si on remplace n par n'importe quel entier naturel, obtient-on toujours un nombre qui a exactement deux diviseurs ?

EXERCICE 2. — Si n est un nombre pair, $n \times n$ est-il toujours un nombre pair ? Justifie ta réponse.

EXERCICE 3. — Existe-t-il un triangle dont les côtés mesurent 5 cm, 9 cm et 4 cm ?

EXERCICE 4. — Trace un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 8$ cm et $BC = 5$ cm.

Place un point E sur $[AC]$ tel que $AE = 3$ cm.

Trace la parallèle à (AD) qui passe par E ; elle coupe $[AB]$ en N et $[DC]$ en L .

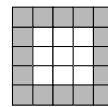
Trace la parallèle à (AB) qui passe par E ; elle coupe $[AD]$ en M et $[BC]$ en K .

Parmi les deux rectangles $EMDL$ et $ENDK$, quel est celui qui a la plus grande aire ?

EXERCICE 5. — $ABCD$ est un carré tel que $AB = 10$ cm. O est le point intérieur au carré $ABCD$ tel que le triangle OAB soit équilatéral. On recherche la mesure x de l'angle \widehat{COD} . Paul a trouvé 149° . Es-tu d'accord avec lui ?

EXERCICE 6. — Trace un triangle BOD rectangle en O tel que $BO = 17,5$ cm et $DO = 10,5$ cm. Sur $[OB]$ place le point A tel que $AB = 7,5$ cm. Sur $[OD]$ place le point C tel que $CD = 4,5$ cm. Trace les segments $[AD]$ et $[BC]$. Ils se coupent en I . Quel est celui des triangles ABI et CDI qui a la plus grande aire ?

EXERCICE 7*. — Trouve un moyen permettant de calculer le nombre de carreaux grisés d'une figure construite sur le modèle ci-dessous, qui soit valable quel que soit le nombre de carreaux sur le côté du carré.



DESCRIPTION DE LA FORMATION • Proposée par André Pressiat pour les professeurs

Consignes

QUESTION 1. — Ces sept textes d'exercices ont été proposés à des élèves de sixième-cinquième, dans le but de leur apprendre les « règles du débat mathématique ».

Déterminer, pour chacun des exercices, la ou les règles du débat mathématique que sa résolution devrait permettre de mettre en évidence.

QUESTION 2. — Ces exercices ont été expérimentés en classe avec un dispositif commun, concernant les phases de travail des élèves et les interventions du professeur. Si vous aviez à utiliser ces énoncés dans le même but (apprentissage des règles du débat mathématique), quel dispositif en terme de travail des élèves et d'interventions du professeur adopteriez vous ?

Objectifs

La question 1 vise à faire réfléchir sur ce que peuvent être les règles du débat, ce n'est évident a priori pour personne, surtout pas pour les élèves et il fallait que les professeurs prennent conscience de ces difficultés.

La question 2 vise, une fois ces difficultés prises en compte, à faire réfléchir sur les moyens à mettre en œuvre pour que les élèves les surmontent. Les modalités de gestion de la classe qui sont proposées sont complexes et consommatrices de temps. Il s'agissait de faire prendre conscience de la nécessité de cet investissement « lourd ». Nécessité justifiée par les difficultés du sujet abordé mais aussi par son importance extrême.

CONTENUS INSTITUTIONNALISÉS • Règles du débat pour les élèves

- ¶ Un énoncé mathématique est soit vrai soit faux.
- ¶ Un contre-exemple suffit pour invalider un énoncé.
- ¶ En mathématiques, pour débattre on s'appuie sur un certain nombre de propriétés ou définitions clairement énoncées sur lesquelles on s'est mis d'accord.
- ¶ En mathématiques, on ne peut pas décider de la validité d'un énoncé en s'appuyant sur le fait que la

majorité des personnes présentes sont persuadées que cet énoncé est vrai.

¶ En mathématiques, des exemples qui vérifient un énoncé ne suffisent pas à prouver qu'il est vrai.

¶ En mathématiques, une constatation sur un dessin ne suffit pas pour prouver qu'un énoncé de géométrie est vrai.

GESTION DE LA CLASSE • Installation des règles du débat

On présente ici le dispositif retenu pour les expérimentations en classe par l'équipe responsable de l'ouvrage *Initiation au raisonnement déductif au collège*, cité en haut de cette page. L'activité se déroule en quatre temps :

1^{er} TEMPS : Recherche individuelle.

2^e TEMPS : Recherche en groupe de quatre élèves. Cette recherche s'achève par la production d'une affiche présentant le ou les résultats ou les idées du groupe et une explication pour convaincre les autres de la validité de leurs résultats.

3^e TEMPS : Débat sur les affiches.

4^e TEMPS : Synthèse sur les règles du débat ou sur l'insuffisance de certaines preuves qui ont été mises en évidence au cours du troisième temps.

Le professeur présente le déroulement de l'activité en notant au tableau les trois premiers temps présentés ci-dessus. Il insiste auprès des élèves sur le fait qu'au cours de cette activité, il ne précisera pas si les résultats trouvés sont exacts ou pas, et que c'est la classe qui décidera au moment du débat.

REMARQUES • Concernant chacun des temps ci-dessus

1^{er} TEMPS : ce temps de recherche individuelle est ménagé pour que chaque élève puisse s'approprier le problème sans être perturbé par des élèves plus rapides.

2^e TEMPS : l'obligation de produire une réponse unique favorise l'apparition d'un débat dans les groupes. La rédaction d'une affiche peut présenter plusieurs intérêts :

- elle assure le passage à la formulation écrite, ce qui est important pour le débat ;
- elle favorise la cohérence du groupe ;
- elle renforce l'enjeu pour les élèves car ils savent que leur affiche sera lue et critiquée par leurs camarades ;
- elle favorise l'organisation pratique de la phase de débat, dans la mesure où il y a moins de propositions à débattre.

3^e TEMPS : le débat. Le professeur choisit une première affiche ; en général il prend comme *première affiche* un *texte qui est à la fois clair et faux*.

Il présente l'affiche à la classe, demande aux élèves d'en prendre connaissance et de poser éventuellement des questions liées à la compréhension du texte. Ceci pour éviter par la suite l'apparition d'arguments liés à la forme du texte.

Puis il demande aux élèves de préciser s'ils sont d'accord ou pas avec le résultat ou l'explication. Ce travail se fait au niveau du groupe, les élèves n'étant pas obligés de se mettre d'accord. Ensuite, un porte-parole rapporte la position de chaque membre du groupe.

Le professeur note au tableau les arguments exprimés, puis *le débat* s'instaure au niveau de la classe.

Il porte sur les arguments produits et non sur l'affiche elle-même (ce qui permet de dépersonnaliser le débat).

Une ou deux autres affiches peuvent être débattues de cette façon. Il est inutile de débattre de toutes les affiches : l'insuffisance de certaines preuves ou au contraire l'utilité des règles du débat peuvent être pointées au cours de la discussion. *Les autres affiches sont utilisées pour savoir comment les élèves se sont appropriés les règles du débat, ou l'insuffisance de certaines preuves* mises en évidence au cours de la discussion des premières affiches.

4^e TEMPS : synthèse. Suivant le problème posé, suivant la tournure que prend le débat, le professeur met en évidence certaines règles du débat mathématique ou l'insuffisance de certaines preuves. C'est un temps d'*institutionnalisation*.

Par exemple, si à l'issue d'un débat la classe est d'accord sur le fait qu'une conjecture débattue est fautive à cause d'un contre-exemple, l'enseignant relève le fait que quelques exemples ne permettent pas de prouver la validité générale d'un énoncé.

Autre exemple : si le débat s'enlise parce que les élèves ne sont pas d'accord sur certaines définitions ou propriétés, le professeur en profite pour préciser la règle suivante : « dans le cadre d'un débat mathématique, il est nécessaire de se mettre d'accord sur les propriétés et les définitions que l'on utilise ».

Le professeur fait écrire ces règles dans le cahier des élèves.



CONCLUSION

Cette organisation de classe n'est pas simple à mettre en place. Le premier débat est souvent jugé décevant par le professeur alors que les élèves sont enthousiasmés.

Afin d'éviter que certains débats ne tournent court, il est nécessaire de prévoir ce qui va se passer, d'analyser *a priori* la situation. C'est ce travail qui est fait en détail dans leur publication pour certaines des situations évoquées ici.

Dans leurs classes, les professeurs expérimentateurs de l'équipe de Lyon utilisent trois ou quatre activités de ce type en cinquième. Ils ont constaté qu'en quatrième, lorsque certains élèves sont tentés d'utiliser le dessin pour prouver une conjecture en géométrie, leurs camarades leur rappellent les activités de cinquième : « Rappelle toi le problème du triangle aplati ! »